FOSM 在水平场地液化概率评价中的应用

潘建平

(江西理工大学建筑与测绘工程学院 赣州 341000)

摘要:为了更好地进行场地液化评价 将可靠度理论引入水平场地液化概率评价中。以标准贯入试验(SPT)实测数据的统计分析结果为基础 ,用一次二阶矩法(FOSM)建立水平场地液化概率评价模型 ,分析了测试数据变异系数对抗液化安全系数与液化概率的影响 ,并建议了水平场地液化概率评价标准。实例分析表明 ,新建水平场地液化概率评价模型各参数的物理意义与统计指标明确 相比传统的确定性分析方法 ,不仅能判定液化的发生与否 ,还能给出液化发生的概率 ,这为进行基于风险分析的抗震设计提供了可能。

关键词:液化;概率评价;FOSM;水平场地

中图分类号: TU435 文献标识码: A

文章编号: 1000-3665(2011) 04-0117-04

场地液化是地震灾害典型现象,是国内外工程抗 震广泛关注的重要问题之一^[1~2]。为了同基于可靠性 理论的上部结构设计相一致,场地液化评价也应采用 概率法,明确给出具有概率意义的评价结果,但是,目 前已有的场地液化评价方法多属确定性方法[3]。工 程可靠性是指在规定的条件和时间内,完成预定功能 的概率。为使工程可靠性指标定量化,需引进可靠度 概念。可靠度就是在规定的条件和时间内,完成预定 功能的概率。可靠度的大小用概率来度量,概率在闭 区间 [0,1]上取值。在场地液化评价中可以用液化概 率 P₁和抗液化安全系数 F₁两重指标来描述可靠度。 液化概率,即不可靠度或失效概率,它是特殊工程不能 完成预定功能的概率,它与非液化概率P。是互补的, 即 $P_{h} + P_{s} = 1$ 。计算失效概率最理想的方法,当然是 在概率密度函数和分布函数已知的情况下,精确求解。 但由于影响砂土液化评价可靠性的因素很多,极为复 杂,有些因素的研究尚不深入,有些因素属于主观不定 性,很难用统计方法定量描述,所以准确的概率分布是 很难确定的 即使确定了也很难解出来。一次二阶矩 模型就是在当随机变量的分布尚不清楚时,采用的一 种简化数学模型。它只用平均值和标准差作统计参 数,而对随机变量采用假定的分布^[4]。

收稿日期: 2010-07-12; 修订日期: 2010-08-28

- 基金项目: 江西省教育厅青年基金(GJJ09516); 江西理工大学 博士科研启动基金(2008)
- 作者简介: 潘建平(1978-),男,副教授,博士,主要从事岩土 工程的教学与科研工作。 E-mail:71540065@qq.com

本文将可靠度理论引入场地液化评价中,用一次 二阶矩法(FOSM)建立水平场地液化概率评价模型, 并进行实例应用。

1 液化概率评价模型的建立

根据经验^[5],选取循环应力比 *CSR*(简称为 *S*)和 抗液化应力比 *CRR*(简称为 *R*)作为状态变量 ,*Z* = *R* − *S* 为状态函数。

$$Z = R - S > 0$$
,为非液化状态
 $Z = R - S = 0$,为极限状态 (1)

Z = R - S < 0,为液化状态

假定 R 和 S 均服从正态分布,其平均值和标准差 分别为 μ_R , μ_s 和 σ_R , σ_s ,则状态函数 Z = R - S 也服从 正态分布,其平均值和标准差分别为 $\mu_Z = \mu_R - \mu_s$ 及 $\sigma_Z = \sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_R^2}$ 。图 1 表示随机变量 Z 的分布 Z < 0 的概率为液化概率,即 $P_h = P(Z < 0)$,此时等于图中 阴影部分的面积。由此图可见,由 0 到平均值 μ_Z 这段 距离,可以用标准差去度量,即 $\mu_Z = \beta \sigma_Z$ 。不难看出 β 与 P_h 之间存在一一对应关系 β 小时, P_h 大; β 大时, P_h 小。因此 β 与 P_h 一样可作为衡量结构可靠性的一 个指标,称 β 为可靠度。

失效概率为:

$$P_{\rm h} = P(Z < 0) = F_Z \tag{1}$$

$$= \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z}} \exp\left[-\frac{(Z-\mu_z)^2}{2\sigma_z^2}\right] dZ \qquad (2)$$

引入标准化变量(即令 $\mu_t = 0 \sigma_t = 1$):

$$t = \frac{Z - \mu_z}{\sigma_z} \, dZ = \sigma_z dt \tag{3}$$







所以

$$P_{\rm h} = \int_{-\infty}^{-\frac{\mu}{\sigma_z}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$
$$= 1 - \varphi\left(\frac{\mu_z}{\sigma_z}\right)$$
$$= \varphi(-\beta) \tag{4}$$

式中: $\varphi(\cdot)$ ——标准化正态分布函数。

可靠度指标为:

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$
(5)

实际状态变量具有一定的偏斜,按正态分布计算时具 有较大的误差。因此,有学者建议*R*和*S*服从对数正 态分布^[4]。ln*R*和 ln*S*的平均值为 μ_{lnR} , μ_{lnS} ,标准偏差 为 σ_{lnR} , σ_{lnS} 。此时,状态函数*Z* = ln(*R*/S) = ln*R* - ln*S* 服从正态分布,其平均值和标准差分别为 $\mu_Z = \mu_{lnR} - \mu_{lnS}$ 和 $\sigma_Z = (\sigma_{lnR}^2 + \sigma_{lnS}^2)^{\frac{1}{2}}$ 。

为了直接利用 $R \, s^{S}$ 的一、二阶矩,可以将 $m_{z} \, s \, \sigma_{z}$ 表示成 $m_{R} \, s \, m_{s}$ 和 $\sigma_{R} \, s \, \sigma_{s}$ 。由对数正态分布的性质可

$$\sigma_{\ln X}^2 = \ln(1 + V_X^2)$$
 (6)

所以

$$\sigma_{z} = \left[\ln \left(1 + V_{R}^{2} \right) + \ln \left(1 + V_{S}^{2} \right) \right]^{1/2}$$

= { ln [(1 + V_{R}^{2}) (1 + V_{S}^{2})]}^{1/2} (7)

又

$$\mu_{\ln x} = \ln \mu_x - \frac{1}{2} \sigma_{\ln x}^2 \qquad (8)$$

所以

$$\mu_{Z} = \ln \mu_{R} - \ln \mu_{S} - \frac{1}{2} (\sigma_{\ln R}^{2} - \sigma_{\ln S}^{2})$$
$$= \ln \left[\frac{\mu_{R}}{\mu_{S}} \sqrt{\frac{1 + V_{S}^{2}}{1 + V_{R}^{2}}} \right]$$
(9)

对数正态分布的可靠度指标为:

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_{\ln R} - \mu_{\ln S}}{\sqrt{\sigma_{\ln R}^2 + \sigma_{\ln S}^2}}$$
$$= \frac{\ln\left[\frac{\mu_R}{\mu_S}\sqrt{\frac{1 + V_S^2}{1 + V_R^2}}\right]}{\sqrt{\ln\left[\left(1 + V_R^2\right)\left(1 + V_S^2\right)\right]}}$$
(10)

从文献 [6] 中获取 167 组实测 SPT 数据(剔除 (*N*₁)_{60es} > 30 数据),进行统计分析,结果见表 1^[5]。

表1 CSR 与 CRR 的均值和变异系数

Table 1 Means and coefficients of variation of

the CSR and the CRR

状态变量	平均值	变异系数
CSR	$\mu_{\rm S} = 0.65 \frac{a_{\rm max}}{g} \frac{\sigma_{\rm V}}{\sigma_{\rm V}'} r_{\rm d} MSF^{-1}K_{\sigma}^{-1}$	$V_{\rm S} = 0.4789$
CRR	$\mu_{\rm R} = \exp(-3.04 + 0.06861(N_1)_{60\rm cs})$	$V_R = 0.5095$

依据传统的安全系数设计法,抗液化安全系数定 义为 *R* 与 *S* 的比值,即

$$F_L = \frac{\mu_R}{\mu_S} \tag{11}$$

在给定状态变量变异系数 *V_R、V_s* 时,将式(11)代 入式(10),对某一给定的抗液化安全系数 *F_L*,就有一 可靠度指标 *β* 及液化概率 *P_h*与其相对应。

$$\beta = \frac{\ln \left[\frac{\mu_R}{\mu_S} \sqrt{\frac{1+V_S^2}{1+V_R^2}}\right]}{\sqrt{\ln \left[\left(1+V_R^2\right)\left(1+V_S^2\right)\right]}} = \frac{\ln \left[F_L\right]}{0.6613} - 0.0184$$

(12a)

 $P_{\rm h} = \varphi(-\beta) = 1.0 - \varphi(\beta) \qquad (12b)$

图 2 是液化概率与抗液化安全系数的关系,安全 系数越大,液化概率越小。图 3 是在假定不同变异系 数条件下,液化概率与抗液化安全系数的关系。可见 对同一安全系数,当 F_L < 1.0时,较大的变异系数有较 小的液化概率; 当 F_L > 1.0时,较大的变异系数有较大 的液化概率。因此,在基于 FOSM 进行液化概率评价 时,*CRR* 与 *CSR* 的变异系数对评价结果有一定的影 响,这主要取决于测试数据的质量与数量。

2 水平场地液化概率评价标准

考虑工程上实用性,依据 $P_h = 0.5$ 对应二元判别时 $F_L = 1.0$ 的情形,建议按液化概率水平将场地液化概率评价分成四个等级,其标准值见表 2。



图 2 抗液化安全系数与液化概率的关系 Fig. 2 Relationship between liquefaction probability and liquefaction resistance factor



图 3 不同变异系数的抗液化安全系数与液化概率的关系 Fig. 3 Relationship bewteen liquefaction probability and the safety factor for different coefficients of variation

	表 2 🗦	水平场地液的	化概率评价标准		
Table 2 Standard of liquefaction probability					
evaluation for a horizontal site					
分级	液化	概率水平	液化评价	_	

1	液化评 价	液化 概率水平	分级
 ۲	肯定液化	$P_{\rm h} \ge 0.75$	IV
化	有可能液化	$0.50 \leq P_{\rm h} < 0.75$	Ш
氡化	不太可能液化	$0.30 \le P_{\rm h} < 0.50$	П
化	肯定不液化	$P_{\rm h} < 0.30$	Ι

3 实例分析

润扬长江公路大桥全长4778m,大桥桥址位于华 北地震区扬州—铜陵地震带内,又受郯庐地震带和上 海—上饶地震带的影响,其中扬州—铜陵地震带对桥 址区影响最大,且地震以中强震为主^[7]。工程区第四 系全新统地层分布广泛,厚度可达70m,砂土的液化评 价对大桥桩基的合理设计及保证大桥安全运行十分重 要。砂土层的基本资料见文献[8],评价结果及与规 范结果对比情况见表3。从表中看出,如果将有可能 液化划归液化组及将不太可能液化划归非液化组,作 二元判别时,基于 FOSM 的分析结果与建筑抗震设计 规范法的判别结果一致性高达90%,说明本文方法的 可靠性较高。

表 3 基于 FOSM 场地液化评价结果与规范方法结果的对比

Table 3 Site liquefaction assessing results obtained with the FOSM and comparison with those obtained with design codes

序号	中 今 7 *	可靠度指标	液化概率	FOSM -	规范法	
	安全系数				JTJ004 – 89	GBJ11 – 89
1	3.70	1.96	0.0250	肯定不液化	不液化	不液化
2	3.50	1.88	0.0300	肯定不液化	不液化	不液化
3	2.50	1.37	0.0853	肯定不液化	液化	不液化
4	1.83	0.90	0.1841	肯定不液化	液化	不液化
5	0.62	-0.74	0.7703	肯定液化	液化	不液化
6	0.46	-1.19	0.8830	肯定液化	液化	液化
7	1.22	0.28	0.3897	不太可能液化	液化	不液化
8	0.78	-0.39	0.6517	有可能液化	液化	液化
9	0.89	-0.19	0.5753	有可能液化	液化	液化
10	1.33	0.41	0.3409	不太可能液化	液化	不液化
11	0.50	-1.07	0.8577	肯定液化	液化	液化
12	2.00	1.03	0.1515	肯定不液化	不液化	不液化
13	1.13	0.17	0.4325	不太可能液化	液化	液化
14	0.78	-0.39	0.6517	有可能液化	液化	液化
15	0.90	-0.18	0.5714	有可能液化	液化	液化
16	1.90	0.95	0.1711	肯定不液化	不液化	不液化
17	0.88	-0.21	0.5832	有可能液化	液化	液化
18	0.89	-0.19	0.5753	有可能液化	液化	液化
19	0.89	-0.19	0.5753	有可能液化	液化	液化
20	0.75	-0.45	0.6736	有可能液化	液化	液化

4 结语

本文将 FOSM 引入场地液化评价中,建立水平场 地液化概率评价模型。分析表明,建议的水平场地液 化概率评价模型相比传统的确定性分析方法,不仅能 判定液化的发生与否,还能给出液化发生的概率,这为 进行基于风险分析的抗震设计提供了可能。模型各参 数的物理意义与统计指标明确,可供工作人员依据实 际需要作进一步完善,供长期发展使用。

参考文献:

- [1] 杜国云,邢秀臣.龙门山山前砂土液化初步研究
 [J].水文地质工程地质,2010,37(1):108-112.
 [DU G Y, XING X C. Research on the soil liquefaction in the piedmont region of the Longmen Mountain [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2010,37(1):108-112. (in Chinese)]
- [2] 马骥,傅光翮,罗国煜. 基于 MATLAB 的 BP 神经 网络在砂土液化评价中的应用[J]. 水文地质工程 地质,2004,31(2):54-58. [MA J,FU G H,LUO G Y. Application of BP neural network based on MATLAB to the evaluation of sandy soil seismic liquefaction[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2004,31(2):54-58. (in Chinese)]
- [3] 潘建平. 尾矿坝抗震设计方法及抗震措施研究
 [D]. 大连:大连理工大学,2007. [PAN J P. Study on Antiseismic Design Method and Antiseismic Measures of Tailings Dam [D]. Dalian: Dalian

University of Technology , 2007. (in Chinese)]

- [4] 赵国藩,曹居易,张宽权.工程结构可靠度[M].北京:水利电力出版社,1984.[ZHAOGF,CAOJY,ZHANGKQ. Engineering Structure Reliability[M]. Beijing: China Water Power Press, 1984. (in Chinese)]
- [5] 潘建平,孔宪京,邹德高.基于 Logistic 回归模型的 砂土液化概率评价[J].岩土力学,2008,29(9): 2567 - 2571. [PAN J P, KONG X J, ZOU D G. Probabilistic evaluation of sand liquefaction based on Logistic regression model [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008,29(9): 2567 - 2571. (in Chinese)]
- [6] Cetin K O , Seed R B , Kiureghian A D , et al. Standard penetration test – based probabilistic and deterministic assessment of seismic soil liquefaction potential [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering , 2004 , 130(12) : 1314 – 1340.
- [7] 汪明武,罗国煜. 镇扬大桥工程区域稳定性的初步 评价[J]. 水文地质工程地质,2000,27(3):40-42. [WANG M W,LUO G Y. Preliminary assessment of regional stability for Zhenjiang to Yangzhou Yangtze River highway - bridge site [J]. Hydrogeology & Engineering Geology,2000,27(3):40-42. (in Chinese)]
- [8] 汪明武,罗国煜.可靠性分析在砂土液化势评价中的应用[J].岩土工程学报,2000,22(5):542-544. [WANG M W, LUO G Y. Application of reliability analysis to assessment of sand liquefaction pontential [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2000,22(5):542-544. (in Chinese)]

Application of FOSM to liquefaction probability evaluation for a horizontal site

PAN Jian-ping

(School of Architectural and Surveying Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China)

Abstract: Reliability theory is introduced to liquefaction probability evaluation for a horizontal site. Based on the statistic analysis of standard penetration test (SPT) data, a model for evaluation of site liquefaction probability is developed using the method of First-Order Second-Moment (FOSM). The relationship between the variation coefficient of test data and the factor of safety against liquefaction and liquefaction probability is analyzed, and liquefaction probability evaluation standard for a horizontal site is also proposed. The example analyses indicate that the physical meaning of the model parameters and statistical indices of the model are specific. Compared with traditional determinate analysis method, the new model not only can differentiate whether liquefaction takes place or not, but also can present liquefaction probability. Therefore, it provides a possibility of anti-seismic design based on risk-analysis.

Key words: liquefaction; probability evaluation; FOSM; horizontal site

责任编辑:汪美华