

# 基于广义有效应力原理的水土压力统一计算理论

李大鹏<sup>1,2</sup>, 唐德高<sup>1</sup>, 黄牧<sup>1</sup>, 闫凤国<sup>1</sup>, 薛宇龙<sup>1</sup>

(1. 解放军理工大学国防工程学院爆炸冲击防灾减灾国家重点实验室, 江苏南京 210007;  
2. 空军第五空防工程处, 江苏南京 211100)

**摘要:** 为弥补水土压力合算与分算之间的跳跃, 需要建立水土压力统一计算理论。以理想饱和砂土模型为分析对象, 在“非充分浮力”和“充分浮力”概念的基础上, 从一个全新的角度阐述了有效应力原理公式的物理本质及推导过程; 在此基础上, 通过引入折减系数, 将适用于饱和砂土的狭义有效应力原理扩展到适用于饱和岩石等孔隙发育不充分介质的广义有效应力原理; 在广义有效应力的基础上, 以水土分算为基础, 推导出了水土压力合算与分算的统一计算公式; 为解决统一计算公式中的抗剪强度指标选取问题, 依据有效应力强度指标和总应力强度指标, 推导了统一抗剪强度指标公式。水土压力统一计算公式理论依据充分、推导过程严谨, 实现了水土压力计算结果从砂土到黏性土的过渡, 具有很强的理论意义和工程应用价值, 可为完善土力学基础理论体系提供参考借鉴。

**关键词:** 广义有效应力; 水土压力; 合算与分算; 统一计算理论; 统一抗剪强度指标

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

文章编号: 1000-3665(2014)05-0082-08

土体由固体、液体和气体三相组成。饱和土的孔隙全部被水填充, 土体中仅存在固相和液相, 饱和土的“有效应力原理”和“水土压力合算与分算”是学术界研究的热点问题, 由于涉及到土力学的基础理论, 目前, 这两个问题并没有得到很好地解决。

1943 年美国学者 K. Terzaghi 提出了饱和土有效应力原理, 为土力学发展奠定了基础<sup>[1-2]</sup>。但由于 K. Terzaghi 本人关于有效应力原理的提出背景、逻辑分析和推导过程并未见诸文献, 导致许多学者对有效应力公式的得来过程争论不休, 给出了诸多解读, 其中既有精辟论述, 也不乏认识上的误区<sup>[3-5]</sup>。

在坚持有效应力原理正确性的前提下, 学术界对有效应力公式的得来有多种推导过程, 目前, 普遍认可的推导过程如下<sup>[6-7]</sup>。

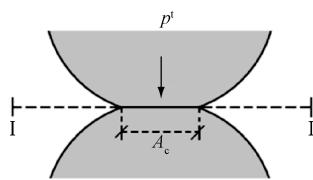


Fig. 1 Contact of soil particles

如图 1 所示, 假设饱和砂土截面 I-I 的总面积为

$A$ , 颗粒间的接触面积为  $A_c$ , 作用在截面 I-I 上的总压力为  $P$ 。 $P$  由两部分组成: 一部分是颗粒间的接触压力  $P'$ ; 另一部分是孔隙水压力  $u(A - A_c)$ 。因此, 对于截面 I-I, 在竖直方向上有:

$$P = P' + (A - A_c) u \quad (1)$$

式(1)两侧除以截面面积  $A$ , 则有:

$$\frac{P}{A} = \frac{P'}{A} + \left( \frac{A - A_c}{A} \right) u \quad (2)$$

亦即:  $\sigma = \sigma' + \left( 1 - \frac{A_c}{A} \right) u \quad (3)$

忽略颗粒间接触面积,  $A_c \approx 0$ , 式(3)得到有效应力原理:

$$\sigma = \sigma' + u \quad (4)$$

式中:  $\sigma'$ —有效应力;

$u$ —孔隙水压力。

分析可以发现, 这一推导过程存在以下问题:

(1) 令  $A_c \approx 0$ , 从而推导出有效应力公式。那么, 是否说明有效应力公式并非精确的式子, 而为一种近似?

(2) 令  $A_c \approx 0$ , 则  $P'/A_c \rightarrow \infty$ , 使得土颗粒间接触处达到屈服状态, 接触面积  $A_c$  由于屈服变形而增大, 增大后的  $A_c$  不宜忽略。这个矛盾如何解释?

(3) 土中应力通过土颗粒间接触向下传递, 假设  $A_c \approx 0$ , 无论从微观还是宏观角度, 都与自然界土体的存在状态有明显差异。

例如, 根据《工程地质手册》数据, 砂土的孔隙比  $e$

收稿日期: 2013-05-10; 修订日期: 2013-09-20

作者简介: 李大鹏(1983-), 男, 博士, 工程师, 主要从事岩土力学及地下工程等方面的研究工作。

E-mail: leepo@163.com

一般处于 $0.4 \sim 0.9$ 之间,通常 $e \leq 0.6$ 时处于密实状态, $e \geq 0.8$ 时处于松散状态。当 $e = 0.4$ 时,截面上孔隙面积占到 $S_a/S = 35.2\%$ ,颗粒间接触面积占到 $S_s/S = 64.8\%$ ;当 $e = 0.9$ 时,截面上孔隙面积占到 $S_a/S = 48.2\%$ ,颗粒间接触面积占到 $S_s/S = 51.8\%$ 。可见,截面上颗粒间的接触面积 $A_c$ 是不可以忽略的。

由此可见,上述过程虽然达到了“推导出有效应力原理公式”的最终目的,但其思路有缺陷。

在有效应力的基础上,引出了水土压力合算与分算的问题。作用于地基中水平截面上的应力,无论采用水土合算还是分算,得到的结果是完全一致的;但对于基坑支护结构,由于土体中的有效应力 $\sigma'$ 和孔隙水压力 $u$ 对支护的侧压力系数不同,采用水土合算与分算得到的结果并不一致。

分算以有效应力原理为基础,在理论上是完善的,适用于透水性较好的砂土;而合算方法缩小了主动状态中的水压力而增大了被动状态中的水压力,理论上有缺陷。但工程实践表明:黏性土采用水土合算时,与监测结果较为接近;而采用分算时,则结果明显偏大。因此,水土压力合算与分算亟需回答以下两个问题:

(1) 水土分算符合有效应力原理,具有严谨的理论基础;水土合算并不满足有效应力原理,但应用于黏性土却得到了良好的效果,对于这种现象,理论上如何解释?

(2) 对于透水性介于砂土与黏性土之间的土体,采用分算和合算得出的结果并不相同,值之间有一个跳跃。是否可以提出水土分算与合算的统一算法,实现砂土到黏性土的过渡,解决分算与合算结果之间的跳跃?

许多学者对水土压力统一计算方法进行了研究<sup>[8~15]</sup>,但由于涉及到土力学基础理论研究,因此,目前还未形成定论。其中,以王洪新的研究最具前瞻性<sup>[14~15]</sup>,但他的理论中存在一个隐蔽性很强的缺陷,笔者在文献[16]中对此问题进行了详细论述。

笔者在文献[4]中提出“充分浮力”和“非充分浮力”的概念,从一个全新的角度推导了有效应力公式,并进一步扩展为广义有效应力原理,圆满解决了有效应力推导过程中存在的上述3个问题。

本文将在文献[4]的基础上,进一步提出水土压力统一计算方法,以期为完善土力学基础理论提供参考借鉴。本文与文献[4]互为姊妹篇。

## 1 文献[4]相关理论的引入

对文献[4]的主要内容加以介绍,这是开展本文

研究的基础。

### 1.1 “充分浮力”与“非充分浮力”概念

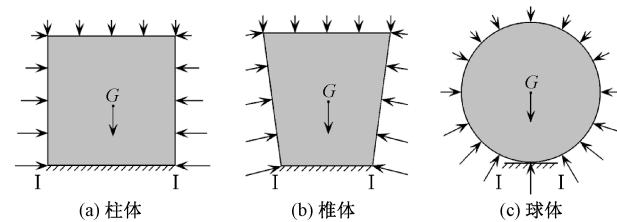


图2 浮力分析

Fig. 2 Analysis of the rising force

如图2所示,假设刚性的柱体、椎体及球体没入水中,现分析它们受到的浮力情况。

如图2(a)所示,截面I-I之上的柱体受到的浮力为零,称为“零浮力作用”;如图2(b)所示,椎体受到一定的浮力作用,但浮力小于排开水的重力,称为“非充分浮力作用”;如图2(c)所示,球体受到的浮力等于排开水的重力,称为“充分浮力作用”。

由此可见,通常说的“物体所受浮力等于排开水的重力”只有在物体受到“充分浮力作用”的前提下才是正确的。明确“充分浮力”的概念是下文解释有效应力原理的前提基础。

### 1.2 有效应力原理公式的推导

如图3所示,取截面I-I之上的饱和砂土为研究对象,截面总面积为 $A$ ,土体高度为 $H$ ,体积为 $V$ 。

根据图4(a),截面I-I上的应力可以表示为:

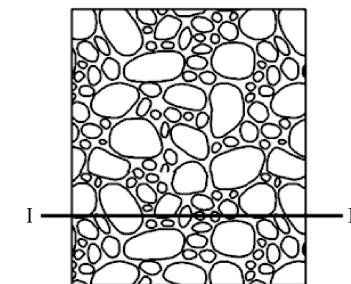


图3 饱和土体

Fig. 3 Saturated soil body

$$\frac{G}{A} = \frac{G_w}{A} + \frac{G_s}{A} \quad (5)$$

式中: $G$ ——土体总重力;

$G_w$ ——土体中水的重力;

$G_s$ ——土体中土颗粒的重力。

根据图4(b),截面I-I上的应力亦可表示为:

$$\frac{G}{A} = \frac{G_w + F_f}{A} + \frac{G_s - F_f}{A} \quad (6)$$

式中: $F_f$ ——土颗粒排开水的重力,为土颗粒受到的充分浮力作用。

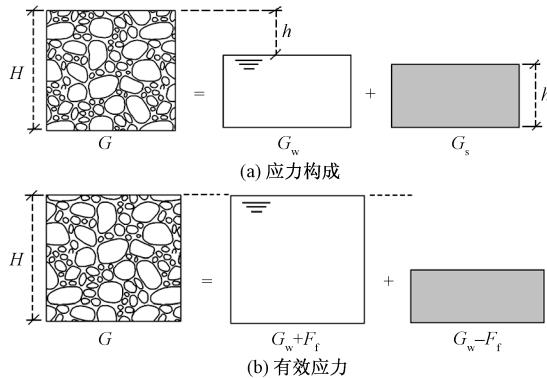


图 4 饱和土体应力构造和有效应力

Fig. 4 Stress composition and effective stress of saturated soil

式中表示总应力  $\sigma$  等于孔隙水压力  $u$  与有效应力  $\sigma'$  之和。因此,式(6)可改写为有效应力式(4)。

由式(6)可以看出,“截面 I-I 之上的土颗粒受到充分浮力作用”是有效应力原理公式成立的前提条件。饱和砂土中土颗粒体积小,土颗粒之间的接触错综复杂,孔隙分布广泛均匀;虽然截面 I-I 中  $A_e$  不可忽略,使得  $A_e$  面积不能受到浮力作用,但在截面 I-I 之上一个微小的距离(1~2 倍粒径)内就可以满足孔隙表面的无重叠水平投影面积等于截面 I-I 的总面积  $A$ ,这就使得截面 I-I 中固相接触处所损失的浮力得到补偿,因而砂土一般都能满足这个条件,使得有

$$\frac{P}{A} = \frac{(G_s - F_f) + A_e \cdot u}{A} + \frac{(A - A_e) \cdot u}{A} = \frac{G_s - F_f}{A} + \frac{A_e \cdot u + (A - A_e) \cdot u}{A} = \sigma' + u \quad (14)$$

即可以推得有效应力原理式(4)。

### 1.3 广义有效应力原理

有效应力原理公式成立的前提条件是截面 I-I 之上的土颗粒受到充分浮力作用。砂土一般都能满足这个条件。而对于岩石、混凝土和黏性土,一般不能满足此条件。这时,需要根据有效应力原理的本质及分析对象所受浮力情况,对有效应力原理公式进行修正,提出更具适用性的“广义有效应力原理”。

对于透水性差的黏性土,土颗粒周围具有附着水,由于附着水不能传递孔隙水压力,可以将附着水与土颗粒视为整体的“广义土颗粒”,此时的黏性土类似于孔隙发育不充分的岩石。

假设岩石、混凝土和黏性土截面 I-I 上固相接触

$$\frac{P}{A} = \frac{(G_s - F'_f) + m \cdot A_e \cdot u}{A} + \frac{(A - A_e) \cdot u}{A} = \frac{G_s - F'_f}{A} + \frac{m \cdot A_e \cdot u + (A - A_e) \cdot u}{A} = \frac{G_s - F'_f}{A} + \left[ 1 - \frac{(1-m)A_e}{A} \right] u \quad (16)$$

有效应力原理成立。

饱和砂土的截面 I-I 上仅存在固相接触和液相接触,截面 I-I 上实际受力状态为:

$$P = P_s + P_w \quad (7)$$

式中: $P$ ——截面上的合力, $P = G$ ;

$P_s$ 、 $P_w$ ——截面上固相、液相接触面的合力。

文献[6,7]中  $P'$ (图 1)与本文中  $P_s$  含义相同。

对于能够受到充分浮力作用、有效应力原理成立的饱和砂土而言:

$$P_s = (G_s - F_f) + A_e \cdot u \quad (8)$$

$$P_w = (A - A_e) \cdot u \quad (9)$$

因此:

$$\frac{P}{A} = \frac{P_s}{A} + \frac{P_w}{A} \quad (10)$$

$$\frac{P}{A} = \frac{(G_s - F_f) + A_e \cdot u}{A} + \frac{(A - A_e) \cdot u}{A} \quad (11)$$

文献[6,7]认为有效应力为:

$$\sigma' = \frac{P'}{A} = \frac{P_s}{A} = \frac{(G_s - F_f) + A_e \cdot u}{A} \quad (12)$$

将式(11)右侧第二项中的  $A_e$  省略,从而得到有效应力原理式(4)。

根据有效应力原理的本质可知文献[6,7]将式(12)视为有效应力是不对的,这是问题的根源所在。而有效应力应该为:

$$\sigma' = \frac{G_s - F_f}{A} \quad (13)$$

面积为  $A_e$ (对于黏性土固相接触面积指“广义土颗粒”的面积)。由于岩石等介质的孔隙发育不充分,截面 I-I 上部一个微小的范围内,不能像砂土一样满足孔隙表面的无重叠水平投影面积等于截面 I-I 的总面积  $A$ ;因此,截面 I-I 上固相接触面积  $A_e$  所损失的浮力作用得不到完全补偿;因而对于截面 I-I 上的固相接触力  $P_s$ ,由固相接触面积  $A_e$  所损失的向下水压力也不能得到完全补偿;此时,需要引进折减系数  $m(0 < m < 1)$ ,这是饱和岩石、混凝土、黏性土与饱和砂土的本质差异。

此时,式(8)变为:

$$P_s = (G_s - F'_f) + m \cdot A_e \cdot u \quad (15)$$

式(14)变为:

式中: $F'_f$ ——土颗粒受到的非充分浮力作用。

其中:

$$\sigma' = \frac{G_s - F'_f}{A} \quad (17)$$

所以,饱和岩石、混凝土和黏性土修正后的有效应力公式为:

$$\sigma = \sigma' + \left[ 1 - \frac{(1-m)A_e}{A} \right] u \quad (18)$$

$$\sigma' = \sigma - \left[ 1 - \frac{(1-m)A_e}{A} \right] u \quad (19)$$

## 2 水土压力的统一算法

对于“广义有效应力原理”中的折减系数  $m$ ,其含义是“在截面 I-I 上部一个微小的距离范围内,由截面上的固相接触  $A_e$  所损失的浮力得到补偿的比例”。假设土体总体积为  $V$ ,孔隙体积为  $V_a$ ,可自由流动水体

$$\frac{A_e}{A} = \frac{A_e}{A_e + A_f} = \frac{(V - V_f)^{\frac{2}{3}}}{(V - V_f)^{\frac{2}{3}} + V_f^{\frac{2}{3}}} = \frac{\left(V - \frac{meV}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}}}{\left(V - \frac{meV}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{meV}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}}} = \frac{\left(1 - \frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}}}{\left(1 - \frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}}} \quad (22)$$

式中: $A_f$ ——截面上可自由流动水占的面积。

因此,对于黏性土,广义有效应力原理式(18)可以改写为:

$$\sigma = \sigma' + \left[ 1 - (1-m) \frac{\left(1 - \frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}}}{\left(1 - \frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}}} \right] u \quad (23)$$

$$\text{令 } \zeta = 1 - (1-m) \frac{\left(1 - \frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}}}{\left(1 - \frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}}} \quad (24)$$

式(23)可以改写为:

$$\sigma = \sigma' + \zeta \cdot u \quad (25)$$

对于透水性良好的砂土, $m=1,\zeta=1$ ,式(25)退化为  $\sigma = \sigma' + u$ ,即为传统的有效应力原理公式;对于完全不透水的黏性土, $m=0,\zeta=0$ ,式(25)退化为  $\sigma = \sigma'$ ,此时,有效应力即为总应力;对于介于完全透水砂土与完全不透水黏性土之间的土体, $m$  介于 0~1 之间,同样  $\zeta$  介于 0~1 之间,式(25)是统一的广义有效应力原理公式,是式(18)的另一种表示形式。式(25)可以改写为:

$$\gamma_{sat} = \gamma' + \zeta \gamma_w \quad (26)$$

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \zeta \gamma_w \quad (27)$$

积为  $V_f$ ,则折减系数  $m$  可以定量为:

$$m = \frac{(V_f)^{\frac{2}{3}}}{(V_a)^{\frac{2}{3}}} = \left( \frac{V_f}{V_a} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (20)$$

对于透水性良好的砂土, $V_f = V_a, m = 1$ ;对于透水性较差的黏性土, $V_f < V_a, 0 < m < 1$ ;对于完全不透水的黏性土, $V_f = 0, m = 0$ 。黏性土中不可自由流动的水附着于土颗粒上,形成“广义土颗粒”,对于某一水平截面,广义土颗粒面积  $A_e$  与截面总面积  $A$  的比值可以通过以下方法来确定。

假设土体的孔隙比为  $e$ ,则有:

$$\begin{cases} V_a = \frac{eV}{1+e} \\ V_f = \frac{meV}{1+e} \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \frac{V_f}{V_a} = \frac{\left(1 - \frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}}}{\left(1 - \frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}}} \\ \frac{V_f}{V_a} = \frac{\left(1 - \frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}}}{\left(1 - \frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{me}{1+e}\right)^{\frac{2}{3}}} \end{cases} \quad (22)$$

土体抗剪强度发挥作用主要是  $\sigma'$ ,对于作用于基坑支护结构上的土压力,有效应力和孔隙水压力的侧压力系数不一样,对侧压力的贡献率不一样,因此要分开考虑,也即需要采用水土压力分算的原则。由统一的广义有效应力原理式(25)可以得到以分算为理论基础的水土压力统一计算公式:

$$\begin{cases} p_a = K_a \cdot \sigma' - 2c \sqrt{K_a} + \zeta \cdot u \\ p_p = K_p \cdot \sigma' + 2c \sqrt{K_p} + \zeta \cdot u \end{cases} \quad (28)$$

由式(26),式(28)可以改写为:

$$\begin{cases} p_a = K_a \cdot \gamma' \cdot h - 2c \sqrt{K_a} + \zeta \cdot \gamma_w \cdot h \\ p_p = K_p \cdot \gamma' \cdot h + 2c \sqrt{K_p} + \zeta \cdot \gamma_w \cdot h \end{cases} \quad (29)$$

由式(27),式(29)可改写为:

$$\begin{cases} p_a = K_a \cdot (\gamma_{sat} - \zeta \cdot \gamma_w) \cdot h - 2c \sqrt{K_a} + \zeta \cdot \gamma_w \cdot h \\ p_p = K_p \cdot (\gamma_{sat} - \zeta \cdot \gamma_w) \cdot h + 2c \sqrt{K_p} + \zeta \cdot \gamma_w \cdot h \end{cases} \quad (30)$$

此即为水土压力统一计算理论。

对结果进行分析:

(1)对于透水性良好的砂土, $m=1,\zeta=1$ ,式(30)退化为:

$$\begin{cases} p_a = K_a \cdot (\gamma_{sat} - \gamma_w) \cdot h - 2c \sqrt{K_a} + \gamma_w \cdot h \\ p_p = K_p \cdot (\gamma_{sat} - \gamma_w) \cdot h + 2c \sqrt{K_p} + \gamma_w \cdot h \end{cases} \quad (31)$$

即为传统的适用于纯砂土的水土压力分算公式。

(2) 对于完全不透水的黏性土,  $m = 0, \zeta = 0$ , 式(30)退化为:

$$\begin{cases} p_a = K_a \cdot \gamma_{sat} \cdot h - 2c / K_a \\ p_p = K_p \cdot \gamma_{sat} \cdot h + 2c / K_p \end{cases} \quad (32)$$

即为传统的适用于纯黏性土的水土压力合算公式。

(3) 对于介于透水砂土与不透水黏性土之间的半透水性土体,  $m, \zeta$  介于 0 ~ 1 之间, 实现了从砂土到黏性土的过渡, 弥补的传统水土压力合算与分算之间值的跳跃。

式中的孔隙比  $e$  可以查《工程地质手册》得到; 而折减系数  $m$  可以通过模型试验得到<sup>[15]</sup>, 方法如下: 取体积为  $V$  的土样容器, 容器底部开一小孔, 开孔处采取措施保证只允许水流出, 而土颗粒无法流出, 在开孔处放置一个量瓶(图 5)。假设土体的孔隙比为  $e$ , 则土体中孔隙体积为  $eV/(1+e)$ 。折减系数  $m$  为:

$$m = \left( \frac{V_{bottle}}{eV} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (33)$$

式中:  $V_{bottle}$  ——量瓶中水的体积。

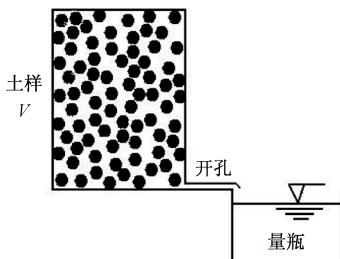


图 5 折减系数测定方法

Fig. 5 Measurement of the reduction coefficient

### 3 土体的统一抗剪强度指标

土体采用不同的试验方法, 可以得到总应力抗剪强度指标  $c_u, \varphi_u$  和有效应力抗剪强度指标  $c', \varphi'$ 。对于纯黏性土, 抗剪强度计算时采用总应力指标:

$$\begin{aligned} \tau &= (1-m) \cdot (c_u + \sigma_{clay} \tan \varphi_u) + m \cdot (c' + \sigma'_{sand} \tan \varphi') = [(1-m)c_u + mc'] + [(1-m)\sigma_{clay} \tan \varphi_u + m\sigma'_{sand} \tan \varphi'] = \\ &[(1-m)c_u + mc'] + \sigma' \left[ \frac{\sigma_{clay}}{\sigma'} (1-m) \tan \varphi_u + \frac{\sigma'_{sand}}{\sigma'} m \tan \varphi' \right] \end{aligned} \quad (41)$$

式中:  $\sigma'$  ——广义有效应力。

统一抗剪强度指标可以表示为:

$$\tau = c + \sigma' \tan \varphi \quad (42)$$

其中:

$$c = (1-m)c_u + mc' \quad (43)$$

$$\varphi = \arctan \left[ \frac{\sigma_{clay}}{\sigma'} (1-m) \tan \varphi_u + \frac{\sigma'_{sand}}{\sigma'} m \tan \varphi' \right] \quad (44)$$

$$\tau_{clay} = c_u + \sigma_{clay} \tan \varphi_u \quad (34)$$

式中:  $\tau_{clay}$  ——黏性土的抗剪强度。

此时, 式(34)中的总应力  $\sigma_{clay}$  其实就是广义有效应力  $\sigma'$  在纯黏性土时的特例, 根据式(27)确定, 纯黏性土时  $m = 0, \sigma_{clay} = \sigma' = \gamma' \cdot h = \gamma_{sat} \cdot h$ 。

对于透水性良好的纯砂土, 抗剪强度计算时采用有效应力指标:

$$\tau_{sand} = c' + \sigma'_{sand} \tan \varphi' \quad (35)$$

式中:  $\tau_{sand}$  ——砂土的抗剪强度;

$\sigma'_{sand}$  ——纯砂土时的有效应力, 它是广义有效应力  $\sigma'$  在纯砂土  $m = 1$  时的特例。

对于介于纯黏性土和纯砂土之间的土体, 采用不同的抗剪强度指标将得到不同的计算结果, 为了解决计算结果之间的跳跃, 抗剪强度指标同样需要进行理论统一<sup>[14~15]</sup>。

对于处于中间状态的土体, 剪切面  $A$  可以分为两部分: 一部分是吸附水控制的面积  $A_1$ , 另一部分是自由水控制的面积  $A_2$ , 结合式(20), 易知:

$$A_2 = [(1+e) \cdot V_f]^{\frac{2}{3}} \quad (36)$$

$$A = [(1+e) \cdot V_a]^{\frac{2}{3}} \quad (37)$$

$$\frac{A_2}{A} = \left( \frac{V_f}{V_a} \right)^{\frac{2}{3}} = m \quad (38)$$

处于中间状态的土体, 在整个剪切破坏面上, 面积  $A_1$  对应抗剪强度式(34), 面积  $S_2$  对应抗剪强度式(35), 则土体的实际抗剪强度  $\tau$  应满足:

$$\tau \cdot A = \tau_{clay} \cdot A_1 + \tau_{sand} \cdot A_2 \quad (39)$$

$$\tau = \frac{A_1}{A} \cdot \tau_{clay} + \frac{A_2}{A} \cdot \tau_{sand} = (1-m) \cdot \tau_{clay} + m \cdot \tau_{sand} \quad (40)$$

对于纯砂土,  $m = 1$ , 式(40)退化为式(35); 对于纯黏性土,  $m = 0$ , 式(40)退化为式(34)。将式(34)、(35)代入式(40), 则有:

$$\frac{\sigma_{clay}}{\sigma'} = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \zeta \gamma_w} \quad (45)$$

$$\frac{\sigma'_{sand}}{\sigma'} = \frac{\gamma_{sat} - \gamma_w}{\gamma_{sat} - \zeta \gamma_w} \quad (46)$$

则式(44)可以变为:

$$\varphi = \arctan \left[ \frac{\gamma_{\text{sat}}}{\gamma_{\text{sat}} - \zeta \gamma_w} (1-m) \tan \varphi_u + \frac{\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w}{\gamma_{\text{sat}} - \zeta \gamma_w} m \tan \varphi' \right] \quad (47)$$

采用式(42)计算抗剪强度,并分别采用式(43)、(47)计算抗剪强度指标  $c$ 、 $\varphi$ 。对于透水性良好的纯砂土,  $m=1$ ,  $\zeta=1$ , 式(43)、(47)计算结果为有效应力强度指标  $c'$ 、 $\varphi'$ ; 对于完全不透水的纯黏性土,  $m=0$ ,  $\zeta=0$ , 式(43)、(47)计算结果为总应力强度指标  $c_u$ 、 $\varphi_u$ ; 对于中间状态性质土,  $m$  介于  $0 \sim 1$  之间,  $\zeta$  介于  $0 \sim 1$  之间, 式(43)、(47)将总应力强度指标和有效应力强度指标进行了统一。

水土压力统一计算式(30)中的  $c$  以及侧压力系数  $K_a$ 、 $K_p$  中的  $\varphi$  都应该采用式(43)、(47)的计算结果。

从本文的分析可以看出,借助“广义有效应力”,实现了“有效应力与总应力抗剪强度指标、有效应力与总应力抗剪强度、水土压力合算与分算”三者对不同土体计算上的统一;借助于统一抗剪强度指标,才可以实现水土压力统一计算公式在工程上的应用。

#### 4 算例

某基坑开挖深度为 10m, 地下水与地表齐平。场地土层的有效应力指标为  $c' = 6 \text{kPa}$ ,  $\varphi' = 25^\circ$ ; 总应力指标为  $c_u = 28 \text{kPa}$ ,  $\varphi_u = 11^\circ$ ; 土的饱和重度  $\gamma_{\text{sat}} = 18 \text{kN/m}^3$ ; 孔隙比  $e = 0.8$ 。用统一计算式(30)计算不同  $m$  值时坑底的主动土压力,并与传统水土合算、分算结果相比较,结果见图 6。

从图 6 可以看出:对于透水性较好的砂性土范围,传统的水土压力合算方法缩小了主动状态中的水压力而增大了被动状态中的水压力,因而需要采取分算的方法;对于透水性较差的黏性土范围,由于孔隙中自由

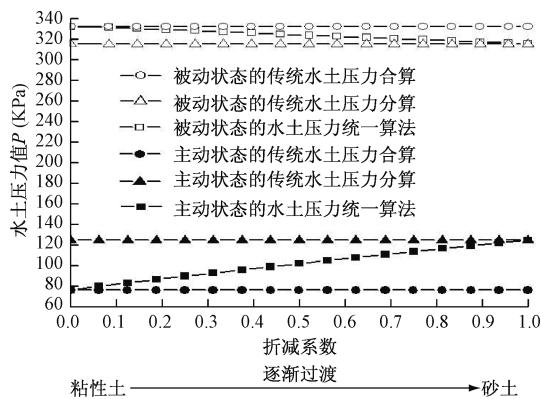


图 6 算例分析图

Fig. 6 Analysis diagram of calculation example

水作用的减弱,采用传统的水土压力分算方法会增大主动状态中的水压力而减小被动状态中的水压力,理论和工程实践都表明应采用水土合算方法;本文推导的主、被动状态水土压力统一计算方法,可以实现从黏性土到砂土的过渡,解决了对同一种土体采用不同水土压力计算方法结果存在跳跃的问题。

#### 5 结论

本文对有效应力原理及水土压力统一计算理论进行了研究,二者是一个密切相关的整体性问题:

(1)对于饱和砂土,根据充分浮力概念可以推导出有效应力原理公式,推导过程中无需忽略截面上的固相接触面积,是一个精确的式子。如果在公式推导过程中简单地将固相接触面积忽略,将其视为点接触,那么就不能认识清楚有效应力原理所蕴含的深层次物理意义。

(2)对于饱和岩石等孔隙发育不充分的介质,根据非充分浮力概念及有效应力原理的物理本质,通过引入折减系数,将传统的仅适用于饱和砂土的狭义有效应力原理扩展到更具适用性的广义有效应力原理。

(3)依据广义有效应力原理公式,采用水土分算的原则,提出了水土压力的统一计算理论;传统的适用于砂土的分算理论和适用于黏性土的合算理论都是包含于统一计算理论的特例;适用于黏性土的水土合算本质上是以广义有效应力原理为基础的水土分算,从理论上给出了黏性土合算的依据。

(4)依据有效应力抗剪强度指标和总应力抗剪强度指标,推导出了统一抗剪强度指标公式,解决了水土压力统一计算公式中的参数选取问题。

(5)通过一个算例,表明统一计算公式可以实现从砂土到黏性土的过渡,解决分算与合算结果之间的跳跃。

本文在广义有效应力原理的基础上,解决了水土压力合算与分算的争议;研究成果具有很强的工程应用价值,对完善土力学理论体系具有重要意义。

#### 参考文献:

- [1] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics [M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1943.
- [2] TERZAGHI K, PECK R B, MESRI G. Soil mechanics in engineering practice, 3rd edition [M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1996.
- [3] 李广信. 关于有效应力原理的几个问题 [J]. 岩土

- 工程学报, 2011, 33(2): 315 – 320. [ LI G X. Some problems about principle of effective stress [ J ]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 33(2): 315 – 320. (in Chinese) ]
- [ 4 ] 李大鹏, 崔传安, 唐德高, 等. 基于充分浮力理论的有效应力公式推导 [ J ]. 水文地质工程地质, 2012, 39(1): 24 – 30. [ LI D P, CUI C A, TANG D G, et al. Formula derivation of effective stress principle based on adequate rising force theory [ J ]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2012, 39(1): 24 – 30. (in Chinese) ]
- [ 5 ] 李广信. 岩土工程 50 讲 [ M ]. 北京: 人民交通出版社, 2010. [ LI G X. Fifty Articles of Geotechnical Engineering [ M ]. Beijing: China Communications Press, 2010. (in Chinese) ]
- [ 6 ] 龚晓南. 土力学 [ M ]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002. [ GONG X N. Soil Mechanics [ M ]. Beijing: China Building Industry Press, 2002. ( in Chinese) ]
- [ 7 ] 李广信. 高等土力学 [ M ]. 北京: 清华大学出版社, 2004. [ LI G X. Advanced Soil Mechanics [ M ]. Beijing: Tsinghua University press, 2004. ( in Chinese) ]
- [ 8 ] 王钊, 邹维列, 李广信. 挡土结构上的土压力和水压力 [ J ]. 岩土力学, 2003, 24(2): 146 – 150. [ WANG Z, ZOU W L, LI G X. Earth pressure and water pressure on retaining structure [ J ]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(2): 146 – 150. (in Chinese) ]
- [ 9 ] 李广信. 基坑支护结构上水土压力的分算与合算 [ J ]. 岩土工程学报, 2000, 22(3): 348 – 352. [ LI G X. Estimating the water and earth pressures on the supporting structure around a foundation pit separately and together [ J ]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22 ( 3 ): 348 – 352. ( in Chinese) ]
- [ 10 ] 魏汝龙. 总应力法计算土压力的几个问题 [ J ]. 岩土工程学报, 1995, 17(6): 120 – 125. [ WEI R L. Issues on calculation of earth pressure using total stress method [ J ]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 17 ( 6 ): 120 – 125. ( in Chinese) ]
- [ 11 ] 姚秦. 基坑工程的水土压力混合算法 [ J ]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20 ( 1 ): 134 – 135. [ YAO Q. Earth pressure calculation considering soil-water jointly on excavation [ J ]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20 ( 1 ): 134 – 135. ( in Chinese) ]
- [ 12 ] 刘国彬, 黄院雄, 侯学渊. 水及土压力的实测研究 [ J ]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19 ( 2 ): 205 – 210. [ LIU G B, HUANG Y X, HOU X Y. Discussion on water and earth pressure of supporting structure in soft area [ J ]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19 ( 2 ): 205 – 210. ( in Chinese) ]
- [ 13 ] 方玉树. 基于水压率讨论土中孔隙水压力及有关问题 [ J ]. 岩土工程界, 2007, 10 ( 5 ): 21 – 26. [ FANG Y S. Discussion on pore pressure and related problems considering hydraulic pressure ratio [ J ]. Geotechnical Engineering World, 2007, 10 ( 5 ): 21 – 26. ( in Chinese) ]
- [ 14 ] 王洪新. 水土压力分算与合算的统一算法 [ J ]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30 ( 5 ): 1057 – 1064. [ WANG H X. Unified method of separate and combined calculation of water and earth pressure [ J ]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30 ( 5 ): 1057 – 1064. ( in Chinese) ]
- [ 15 ] 王洪新. 水土压力统一计算理论的证明及水土共同作用下的压力计算 [ J ]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(2): 392 – 398. [ WANG H X. Verification of unified calculation theory of water and earth pressures and calculation of pressure under interaction of water and earth [ J ]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31 ( 2 ): 392 – 398. ( in Chinese) ]
- [ 16 ] 李大鹏, 薛宇龙. 对“水土压力统一计算理论的证明及水土共同作用下的压力计算”的讨论 [ J ]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(12): 2590 – 2591. [ LI D P, XUE Y L. Discussion on “Verification of unified calculation theory of water and earth pressures and calculation of pressure under interaction of water and earth” [ J ]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32 ( 12 ): 2590 – 2591. ( in Chinese) ]

## Unified calculation theory of water and earth pressures based on general effective stress principle

LI Da-peng<sup>1,2</sup>, TANG De-gao<sup>1</sup>, HUANG Mu<sup>1</sup>, YAN Feng-guo<sup>1</sup>, XUE Yu-long<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory for Disaster Prevention and Mitigation of Explosion and Impact, College of Defense Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210007, China;  
2. No. 5 Air Defense Engineering Department of PLA Air Force, Nanjing, Jiangsu 211100, China)

**Abstract:** In order to cover the value difference in water and earth pressures between separated and combined calculations, a unified calculation theory is demanded. An ideal sandy soil model is taken as the analytical object. On the basis of insufficient and sufficient buoyancy conceptions, the physical essence and deduction process of the effective stress principle equation are described with a new method. Through defining a reduction coefficient, the special effective stress principle applicable for sandy soil is extended to general effective stress principle applicable for rock etc., in which the pores are not sufficiently developed. Based on general effective stress, a unified calculation theory of water and earth pressures is deduced. According to shear strength parameters of effective stress and total stress, the equations of unified shear strength parameters are deduced. The new unified calculation theory of water and earth pressures is based on sufficient theory and strict deduction, it can cover the value difference in separated and combined calculation of water and earth pressures, and can provide reference for the development of soil mechanics.

**Key words:** general effective stress; water and earth pressures; separate and combined calculations; unified calculation theory; unified parameters of shear strength

责任编辑:张若琳

(上接第 74 页)

[11] 王许诺,杨平,鲍俊安,等.冻结水泥土无侧限抗压  
试验研究[J].水文地质工程地质,2013,40(3):79  
-83. [WANG X N, YANG P, BAO J A, et al. Test

research on unconfined compressive strength of  
freezing cement soil[J]. Hydrogeology & Engineering  
Geology, 2013, 40(3): 79 - 83. (in Chinese) ]

## Research on mixing proportion test of cemented coral reef sand

XU Chao<sup>1</sup>, LI Zhao<sup>1</sup>, YANG Ji-bao<sup>2</sup>

(1. Key laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education,  
Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Shanghai Construction Design and  
Research Institute Co., Ltd., Shanghai 200092, China)

**Abstract:** In order to study the burrier effect and influence factors of the cement soil mixing method in the coral reef limestone area, the mixing proportion tests of cement soil considering influences of various factors are performed. The influences of the cement content, water cement ratio, mixing time and sand content on the mechanical properties and impermeability of the cement soil are quantitatively analyzed. The influences of these factors on the unconfined compressive strength and impermeability of the cement soil are examined. The results of the orthogonal tests show that the cement content is the main effect of unconfined compression strength of cement soil and impermeability, and sand content is the secondary cause. The influences of water cement ratio and mixing time are insignificant. The research results can provide reference to the mixing proportion of cement soil mixing method.

**Key words:** coral reef sand; mixing proportion; orthogonal test; unconfined compression strength;  
impermeability

责任编辑:张明霞