

DOI:10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.2017.06.22

van Genuchten 模型参数的物理意义

陈卫金¹, 程东会^{1,2}, 陶 伟¹

(1. 长安大学环境科学与工程学院, 陕西 西安 710054;

2. 长安大学旱区地下水文与生态效应教育部重点实验室, 陕西 西安 710054)

摘要: van Genuchten 模型是目前拟合水土特征曲线应用最广泛的数学模型, 但该模型参数多, 且物理意义复杂, 特别是参数 α 的物理意义至今尚未有统一的认识。文章通过理论推导, 结合 4 种样品(粗砂、中砂、细砂和粉砂)实测的水土特征曲线, 对 van Genuchten 模型的参数 α 、 m 和 n 的物理意义进行了探讨, 重点研究了 α 与进气值和拐点处负压(h_i)的关系。推导出的 van Genuchten 模型的 $1/\alpha$ 与 h_i 的关系和实测数据均证明了 $1/\alpha$ 不仅与 h_i 有关, 还受参数 m 和 n 的影响。粗砂和中砂的 $1/\alpha$ 与 h_i 大致相等, 细砂和粉砂的 $1/\alpha$ 则大于 h_i 。粗砂的进气值与 $1/\alpha$ 近似相等, 其它介质中 $1/\alpha$ 与进气值之间存在更复杂的关系。另外, m 和 n 作为独立变量在拟合水土特征曲线时精度更高, 但在计算非饱和和渗透系数时给定 $m = 1 - 1/n$ 的约束条件是必要的。

关键词: 水土特征曲线; van Genuchten 模型; 进气值; 拐点; 非饱和渗透系数

中图分类号: S152.7

文献标识码: A

文章编号: 1000-3665(2017)06-0147-07

Physical significance of the parameters in the van Genuchten model

CHEN Weijin¹, CHENG Donghui^{1,2}, TAO Wei¹

(1. School of Environmental Science and Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710054, China;

2. Key Laboratory of Subsurface Hydrology and Ecological Effects in Arid Region (Chang'an University),
Ministry of Education, Xi'an, Shaanxi 710054, China)

Abstract: The van Genuchten model is widely used in fitting soil-water characteristic curves. However, it has numerous parameters with the complex physical significance, and especially the parameter α has not been well understood so far. This paper discusses the physical significance of the parameters α , m and n in the van Genuchten model on the basis of the results of both theoretical derivation and the measured values of the soil-water characteristic curves of the samples (silt sand, fine sand, medium sand, coarse sand), and focuses on the relationships between parameter α and air entry values or matrix potential at the inflection point (h_i). The results illustrate that the relationship between the values of $1/\alpha$ and h_i is related to not only h_i but also the parameters m and n , and the value of $1/\alpha$ is approximately equal to h_i for the medium sand and coarse sand, while it is greater than h_i for the fine sand and silt sand. The air entry value is equal to value of $1/\alpha$ for the coarse sand, and the complex relationships occur for the other media. In addition, there is a higher degree of accuracy when the water-soil characteristic curves are fitted as m and n are independent variables. It was necessary to give a constraint condition, i. e., $m = 1 - 1/n$, when the unsaturated hydraulic conductivity is calculated.

Keywords: soil-water characteristic curve; van Genuchten model; air entry value; inflection point; unsaturated hydraulic conductivity

收稿日期: 2017-01-20; 修订日期: 2017-03-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41472220); 中央高校基本科研业务费专项资金(310829162015)

第一作者: 陈卫金(1991-), 男, 硕士研究生, 主要从事地下水环境方面的研究。E-mail: 578677316@qq.com

通讯作者: 程东会(1969-), 男, 教授, 主要从事地下水资源与环境方面的教学和研究工作。E-mail: chdhbsh@chd.edu.cn

非饱和和介质基质势(负压,或吸力)是随介质含水率而变化的,表征这种性质的曲线称为非饱和和介质水土特征曲线(SWCC)。水土特征曲线表示非饱和和介质水分的能量和数量之间的关系,是反映非饱和和介质基本性质、持水性能和水分运动规律的曲线^[1]。根据水土特征曲线可以获得非饱和介质的水力学和土力学性质,如土壤的水分分布规律、渗透系数、滞后特性、体积变化等^[2-5],被广泛应用于非饱和介质的降雨入渗和水分蒸发、溶质的扩散和运移、非饱和土体或边坡的稳定性等多个方面^[6-7]。从 20 世纪 50 年代至今,已有多达几十个数学模型被提出来表征水土特征曲线,包括 van Genuchten 模型(VG)、Brooks and Corey 模型(BC)、Gardner 模型、Fredlund and Xing 模型、Mckee and Bumb 模型和 Williams 模型等^[8-14]。由于这些数学模型是经验或半经验的,模型中很多参数的物理意义不明确,难以直接测量,参数的获取方法是对实测的负压-含水率数据进行拟合而得到。而明确模型中参数的物理意义,对验证测试数据的可靠性十分重要,也可以为测定参数直接获取水土特征曲线数学模型的方法奠定基础。

VG 模型是最为常用的水土特征曲线数学模型。该模型能够表示全负压范围内的水土特征曲线,对不同类型介质有很高的拟合精度,具有广泛的适用性,其表达形式如式(1)。

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (\alpha h)^n]^m} \quad (1)$$

式中: θ ——体积含水率/($\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$);

h ——负压(cmH_2O),取正值;

θ_s, θ_r ——分别为饱和含水率和残余含水率/($\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$);

α, m, n ——模型参数。

VG 模型存在一个拐点,在拐点处容水率($\frac{d\theta}{dh}$)最大或($\frac{dh}{d\theta}$)最小,拐点与介质孔隙分布中最大分布所在的孔隙直径相对应,该点处的负压 h_i 或含水率 θ_i 也具有特定的指示意义。另外,不像 Brooks and Corey 模型,在 VG 模型中,没有定义进气值 h_a ,但进气值是非饱和流中一个重要概念。由于 VG 模型中的参数 α 是唯一有可能与 h_i 和 h_a 建立联系的参数,因此自从 VG 模型被提出来,这方面的认识一直在不断深化。van Genuchten^[8]最初给出模型的表达式时,对于参数 α 并没有给出明确的定义,仅说明 α 为未确定的参数。之

后, van Genuchten^[15]进一步阐明了参数 α 的物理意义:当 m/n 的值较小时, α 等于进气值的倒数,而当 m/n 的值很大时, α 大致等于在拐点处压力水头的倒数。这是一种单纯数字上的定义,真正与介质性质相关的物理意义不甚明确。目前在 van Genuchten 模型的应用研究中,一部分观点认为 $1/\alpha$ 与进气值 h_a 相关^[16-17],一部分观点认为 $1/\alpha$ 与拐点处负压 h_i 相关,并没有达成统一的认识。另外对于 VG 模型中参数 m 和 n 及它们之间的关系也是 VG 模型应用中需要厘清的问题。目前参数 m 和 n 被认为与介质的孔隙大小分布有关^[18],至于 m 和 n 之间的关系, van Genuchten^[8]在推导非饱和渗透系数时使用了 $m = 1 - 1/n$ 的限制条件,这一限制条件对拟合水土特征曲线以及不同类型介质的适用性也需要进一步讨论。

本文的研究目标是以 4 种有代表性介质的实测水土特征曲线为基础,通过理论推导,讨论 VG 模型中参数 α, m 和 n 的几何学意义和物理意义,重点讨论 α 与进气值 h_a 和水土特征曲线拐点处负压 h_i 的关系,并分析 m 和 n 之间的相互关系及其与 BC 模型中参数 λ 的关系,以及 m 和 n 取值对非饱和渗透系数的影响。

1 试验方法

试验所用样品为河流沉积物中 4 种典型的介质,粉砂、细砂、中砂和粗砂。粉砂数据为查阅资料获取^[19],其它 3 种介质的样品为本次研究中在渭河陕西咸阳段河漫滩采集的河流沉积物。细砂、中砂和粗砂 3 种介质的粒径分析结果如图 1(粉砂缺少粒径分析资料)。

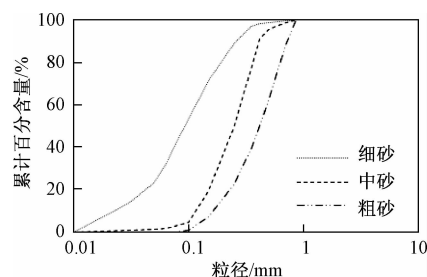


图 1 试验样品的粒径分布特征

Fig. 1 Grain-size distribution for the samples

试验样品的水土特征曲线采用悬挂水柱法实测获得。悬挂水柱法的试验装置如图 2。试验所用布氏漏斗为市面上购买的普通布氏漏斗,经测定漏斗的多孔板在吸力达到 3~4 mH_2O 时穿透,即漏斗进气压力为 3~4 mH_2O ,可以满足细砂、中砂和粗砂的测定。测定

样品的水土特征曲线时,使布氏漏斗里的样品通过多孔板与 U 形管中的水柱建立水力联系,通过降低或升高 U 形管的水柱高度实现样品的排水或吸湿。U 形管每次升降幅度约为 5 ~ 20 cm,在容水率变化较大处升降幅度小,其它阶段升降幅度较大。样品含水率 θ 和相应的负压 h (本文均取正值)通过压力平衡状态时 U 形管中水柱高度的变化 ΔH 获取。饱和样品通过多次降低 U 形管,获得多组含水率及相应负压的数据,测得样品实测的排干曲线;排干过程完成后,升高 U 形管中的水柱高度,则可获得实测的吸湿曲线^[20]。该装置也可以测定从任意含水率开始排水或吸湿的扫描曲线。

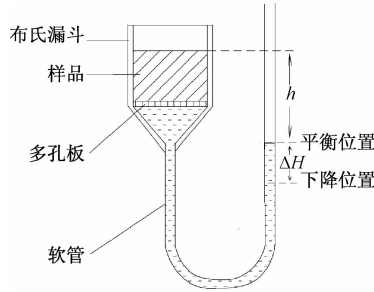


图 2 悬挂水柱法试验装置示意图
Fig. 2 Schematic diagram of the hanging water column method

2 试验结果

2.1 实测的水土特征曲线

通过悬挂水柱法获得 4 种样品的水土特征曲线如图 3。由于 4 个样品粒径的差异,水土特征曲线表现出的形状有明显差异。细砂和粉砂的曲线近似为“S”形,而粗砂和中砂则近似“J”形。

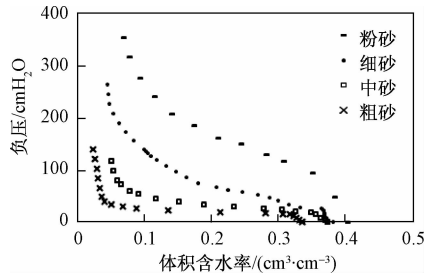


图 3 试验样品的实测水土特征曲线
Fig. 3 Measured soil-water characteristics curves for the samples

2.2 水土特征曲线的数学模型

利用 VG 模型对 4 个样品的实测水土特征曲线进行拟合求得模型参数,从而得到样品水土特征曲线的

数学模型。最常用的 VG 模型为三参数模型,分别为 α 、 n 、 m 。当设定 $m = 1 - 1/n$ 的限制条件时,则变为二参数模型,2 个参数分别为 α 和 n 。一般使用 VG 模型时, θ_r 作为已知参数,其数值可以通过试验获取。但从本质上,随着吸力不断增大, θ_r 的值不断小幅度地减小,并不存在固定的 θ_r 值,因此在一些涉及介质干燥过程的研究时,将 θ_r 也作为待求参数,此时 VG 模型为 4 参数模型,参数包括 α 、 n 、 m 和 θ_r 。

本文分别以二参数、三参数和四参数的 VG 模型对实测数据进行拟合,拟合结果如图 4,获得的模型参数如表 1。4 种介质的 VG 模型参数表明,细砂的三参数模型图形上在 θ_r 附近略有偏离实测数据,参数 α 、 n 与四参数模型也有较大误差,粉砂、中砂、粗砂的三参数模型则均与四参数模型偏差不大;给定 θ_r 和 $m = 1 - 1/n$ 后,粗砂二参数拟合的 n 与四参数相比相差较大,而中砂、细砂和粉砂的二参数拟合的 α 、 n 与四参数均相差不大。因此,三参数模型对细砂拟合水土特征曲线误差较大,更适合于中砂、粗砂及更细粒的粉砂,而二参数模型对粗砂拟合水土特征曲线有较大误差,而对中砂、细砂和粉砂误差相对较小。总体上四参数模型能同时满足 3 种介质实测数据的拟合,拟合效果最好。

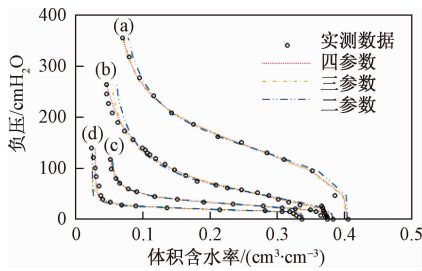


图 4 试验样品不同参数 VG 模型的拟合曲线
Fig. 4 Fitting curves using the VG model with different parameter numbers for the samples
(a) 粉砂; (b) 细砂; (c) 中砂; (d) 粗砂

3 讨论

3.1 VG 模型中的参数 α

3.1.1 参数 α 的几何学特征及其与进气值 h_a 的关系

VG 模型中参数 α 的值会影响拟合水土特征曲线的几何形态。从曲线形状而言,当其它参数不变时, α 值越小,水土特征曲线中间平缓部分越高,即相同含水率所对应的负压越大(图 5)。从物理含义而言, α 值越小,介质的持水能力越强。细粒介质的 α 值小于粗粒介质的 α 值(表 1)。

表 1 试验样品不同参数 VG 模型的拟合参数值

Table 1 Fitted parameter values using the VG model with different parameter numbers for the samples

参数	粉砂			细砂			中砂			粗砂		
	四参数	三参数	二参数	四参数	三参数	二参数	四参数	三参数	二参数	四参数	三参数	二参数
θ_s	0.404	0.404	0.404	0.382	0.382	0.382	0.374	0.374	0.374	0.337	0.337	0.337
θ_r	0.056	0.062	0.062	0.008	0.046	0.046	0.047	0.051	0.051	0.029	0.024	0.024
α	0.006	0.005	0.007	0.020	0.011	0.019	0.037	0.035	0.035	0.058	0.060	0.051
n	3.247	3.092	4.235	2.543	2.043	2.929	4.714	4.543	4.470	9.948	10.632	6.654
m	1.341	1.865	0.764	0.545	1.702	0.659	0.648	0.748	0.776	0.418	0.351	0.850
R^2	0.998	0.998	0.996	0.997	0.996	0.993	0.999	0.999	0.999	0.998	0.998	0.996

注:四参数为 θ_r, α, n, m ; 三参数为 α, n, m ; 二参数为 α, n ; R^2 为决定系数

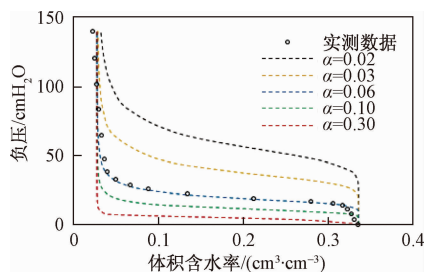


图 5 粗砂介质的 VG 模型中当 α 取不同值时的拟合曲线 ($n=9.95, m=0.42$)

Fig. 5 Fitting curves of coarse sand using the VG model with different values of parameter α when $n=9.95$ and $m=0.42$

许多观点均把 VG 模型中的 α 与进气值 h_a 相联系,甚至认为 α 值的倒数大致与 h_a 相等。由于 VG 模型中,没有直接表征进气值的参数,而在 Brooks and Corey 模型 (BC 模型) 中则直接定义了 h_a , 因此 h_a 通常利用 BC 模型拟合实测数据得到, BC 模型的表达式为:^[9]

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{h_a}{h} \right)^\lambda \quad (2)$$

式中: h_a ——进气值/cmH₂O;

λ ——表征空隙大小分布特征的参数。

如果将 BC 模型写成对数形式做图,图形中的斜率的绝对值等于 λ , 而截距测为 h_a ^[15,21]。本文将 4 个样品的实测水土特征曲线利用 BC 模型拟合得到样品的 h_a , 用来与 VG 模型中的 α 进行比较, 讨论 α 值与 h_a 的关系 (表 2)。3 个样品的 h_a 与参数 α 值之间的比较表明, 介质粒径越大, 其 h_a 与 $1/\alpha$ 越接近; 而介质越细, $1/\alpha$ 与 h_a 的偏差越大; 对细砂和粉砂, $1/\alpha$ 的值已经大于 h_a 的 2 倍。总体上看, 只有在粗粒介质中, $1/\alpha$ 的值才可能近似等于 h_a , 而较细粒的介质, α 值与 h_a 之间存在复杂的关系。

在以往几个研究中通过大量样品的统计分析或通过理论推导给出了几个 α 值与 h_a 之间定量关系的经验表达式。Tinjum 等利用 24 个黏土样品得到一个适用于细粒介质 α 值与 h_a 关系的表达式, 式 (3)^[22]:

$$\alpha = 0.078 (h_a^{-1.26}) \quad (3)$$

另外 Lenhard 定义了一个有广泛适用性的 α 值与 h_a 的关系, 如式 (4)^[18]:

$$\alpha = \frac{S_x^{A-1}}{h_a} (S_x^{-m-1} - 1)^{1-m} (m = 1 - 1/n) \quad (4)$$

其中, S_x 由一个经验的表达式确定, 如式 (5):

$$S_x = 0.72 - 0.35 \exp(-n^4) \quad (5)$$

理论上, VG 模型中 α 值与 h_a 之间的关系更复杂。

Morel-Seytoux 把 VG 模型和 BC 模型联系起来, 定量地考察 VG 模型中 α 值与 h_a 之间的这种复杂的关系, 如式 (6)^[23]:

$$\alpha = \frac{1}{h_a} \left(\frac{0.046 m + 2.07 m^2 + 19.5 m^3}{1 + 4.7 m + 16 m^2} \right) \left(\frac{1 + 3\lambda}{2 + 3\lambda} \right) \quad (6)$$

$(m = 1 - 1/n)$

上述 3 个表达式也表明 $1/\alpha$ 值与 h_a 没有直接相等关系, 只有在某些特殊条件下二者才可能相近。为了清楚满足 $1/\alpha$ 值与 h_a 相近的条件, 本文将表 1 中二参数 VG 模型的拟合参数分别代入式 (3)、式 (4) 和式 (6), 可计算得各方程的 $1/\alpha$ 值, 计算结果如表 2。

表 2 试验样品水土特征曲线在 BC 模型的进气值以及在 VG 模型的 $1/\alpha$

Table 2 Air entry values in the BC model and $1/\alpha$ in the VG model in the SWCC for the samples

样品	进气值 h_a cmH ₂ O	拟合的 $1/\alpha$ cmH ₂ O	$1/\alpha$ 计算值/cmH ₂ O		
			式 (3)	式 (4)	式 (6)
粉砂	85.13	175.13	3465.65	161.59	159.18
细砂	24.42	50.48	718.73	80.67	62.78
中砂	18.45	27.40	504.86	28.73	31.25
粗砂	14.12	17.18	360.21	18.39	19.61

表 2 表明, 从 3 个经验公式计算的 $1/\alpha$ 值均与 h_a 存在一定的误差, 但介质粒径越大, $1/\alpha$ 与 h_a 越接近, 而细粒介质的 $1/\alpha$ 值与 h_a 之间则相差较大, 甚至达到几倍的误差。式 (3) 对 4 种介质的 $1/\alpha$ 计算结果误差很大, 因为它是由黏土样品中得出的, 所以式 (3) 只适

用于极细粒的介质,对砂类介质不适用。式(4)和式(6)中,粗粒介质计算的 $1/\alpha$ 与拟合值接近,细粒介质计算的 $1/\alpha$ 值较拟合值偏大,因此式(4)和式(6)对中砂、粗砂适用性良好,而对粉砂和细砂误差较大。总之不论从理论上还是经验数据分析, $1/\alpha$ 值与 h_a 只有在粗粒介质中才可能近似相等。

3.1.2 参数 α 与拐点处负压 h_i 的关系

近年来,许多研究中将 VG 模型中的参数 α 与拐点处负压 h_i 相联系,认为参数 α 的倒数与 h_i 相近。事实上, α 与 h_i 的关系从理论上可以得到证明。在 VG 模型数学表达式中,如果求含水率的二阶导数,可得到式(7):

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{1-n}{\alpha n^2 m^2} \cdot \left[\left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{-\frac{1}{m}} - 1 \right]^{\frac{1}{n}-2} \cdot \left[\left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{-\frac{1}{m}-1} \cdot \frac{1}{\theta_s - \theta_r} \right]^2 + \frac{1}{\alpha n m} \cdot \left(\frac{1}{m} + 1 \right) \cdot \left[\left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{-\frac{1}{m}} - 1 \right]^{\frac{1}{n}-1} \cdot \left(\frac{1}{\theta_s - \theta_r} \right)^2 \cdot \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{-\frac{1}{m}-2} \quad (7)$$

由于拐点处含水率的二阶导数为零,将式(7)左端为零后化简,可得 h_i 与 α 的表达式,如式(8):

$$h_i = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{n-1}{mn+1} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (8)$$

如果利用 $m = 1 - 1/n$ 的限制条件,则可得到 h_i 与 α 的更简明的表达式,如式(9):

$$h_i = \frac{1}{\alpha} m^{\frac{1}{n}} (m = 1 - 1/n) \quad (9)$$

式(9)表明, $1/\alpha$ 与 h_i 的关系还与参数 m 和 n 有关。更大的 n 值,或 m 接近于1时,才会使 $1/\alpha$ 更接近于 h_i 。而较粗粒介质更易满足这些条件。本次研究将表1中拟合的相关参数值代入式(9),可得不同介质的 h_i (表3)。表3表明式(9)计算得到的 h_i 与中砂、粗砂拟合的 $1/\alpha$ 值均大致相等。细砂误差约为5 cmH₂O,粉砂误差最大,大于40 cmH₂O。

表 3 样品水土特征曲线中 h_i 与 $1/\alpha$ 的比较

Table 3 Calculated matrix potential at the inflection point and the values of $1/\alpha$ in the SWCC of the samples

样品	$1/\alpha/\text{cmH}_2\text{O}$	h_i 计算值/ cmH_2O
粉砂	175.13	129.79
细砂	50.48	45.34
中砂	27.40	27.29
粗砂	17.18	19.20

3.2 VG 模型中的参数 m 和 n

3.2.1 参数 m 和 n 的几何学特征

以粗砂排干过程为例,讨论参数 m 和 n 取值对拟

合水土特征曲线几何学特征的影响(图6)。图6表明,参数 n 的取值影响拟合水土特征曲线的弯曲程度, n 越小,拟合的水土特征曲线越平缓,且曲线绕着一个固定轴点随 n 变化。在轴点右侧较低“膝盖”处, n 越小,“膝盖”越低,而轴点左侧相反。此外, n 的取值还与介质孔隙大小分布有关, n 越小孔隙粒径分布范围越广, n 越大孔隙粒径分布越均匀(图1)。参数 m 的取值影响拟合水土特征曲线左侧拐弯处的弯曲程度, m 越小,曲线越平缓,左侧拐弯弯曲程度越小,拐弯越靠右,且除接近 θ_s 部分外, m 越小,相同含水率对应的负压越大。

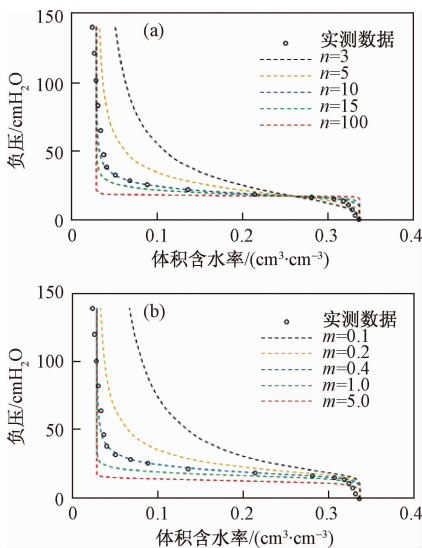


图 6 参数 m 、 n 变化的 VG 模型拟合曲线

Fig. 6 Fitting curves using the VG model with variable parameters m and n

(a) $\alpha = 0.058, m = 0.40$; (b) $\alpha = 0.058, n = 9.95$

3.2.2 参数 m 和 n 之间的关系

三参数和四参数的 VG 模型中,参数 m 和 n 均为独立变量,二参数模型中设定了 $m = 1 - 1/n$ 的限制条件。从样品拟合结果可以看出(表2和图4),给定 $m = 1 - 1/n$ 后,中、细粒介质拟合得到的参数 α 和 n 的值均与四参数的拟合值接近,误差很小;粗粒介质拟合参数 α 的值与四参数的拟合值接近,但 n 值的差距较大。因此可以初步判断 $m = 1 - 1/n$ 的限制条件更适合粒径较细的介质,而对粗粒介质,该限制条件会使水土特征曲线的数学模型出现明显的误差,应将 m 和 n 作为独立变量来拟合求参。

尽管 VG 模型中的参数 m 和 n 作为独立变量可以更准确的表达水土特征曲线,但是当涉及到非饱和渗透系数时,建立参数 m 和 n 之间的关系却是必要的。van

Genuchten 以 VG 模型为基础,设定 $m = 1 - 1/n$ 的限制条件,得到了非饱和和渗透系数的表达式,如式(10)。

$$K = \frac{K_s \cdot \{1 - (\alpha h)^{n-1} [1 + (\alpha h)^n]^{-m}\}^2}{[1 + (\alpha h)^n]^{m/2}} \quad (10)$$

式中: K ——非饱和渗透系数/($\text{m} \cdot \text{d}^{-1}$);

K_s ——饱和渗透系数/($\text{m} \cdot \text{d}^{-1}$)。

当 m 和 n 自由变化时, m 的取值对 K 的影响显著。以细砂为例,给定 n 值而取不同的 m 值,分析 m 取值对求 K 的影响(图 7)。当 $m < 1 - 1/n$ 时, $K-h$ 曲线几何形态为先下降再上升,且上升部分随着 m 取值越接近 $m = 1 - 1/n$ 越靠近 x 轴(图 7a); 当 $m \geq 1 - 1/n$ 时, $K-h$ 曲线均呈“L”形下降趋势,且 m 值越接近 $m = 1 - 1/n$ 平缓部分越靠近 x 轴(图 7b); 当 $m = 1 - 1/n$ 时,曲线平缓部分最终趋向于 x 轴。因此,当 m 值自由变化时,求得的 K 值在高负压段可能会有较大误差,在给定限制条件 $m = 1 - 1/n$ 时求得的 K 才比较准确。

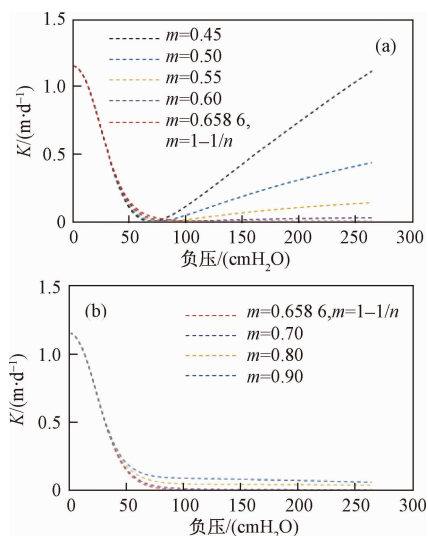


图 7 参数 m 不同取值对非饱和渗透系数的影响
($m = 1 - 1/n$ 时, $n = 2.929$, $m = 0.6586$; $\alpha = 0.019$)

Fig. 7 Effect of the values of m on unsaturated hydraulic conductivity when $n = 2.929$, $m = 0.6586$ and $\alpha = 0.019$ with $m = 1 - 1/n$
(a) $m < 1 - 1/n$; (b) $m \geq 1 - 1/n$

3.2.3 VG 模型 m 与 BC 模型 λ 的关系

Lenhard 通过容水率 dS_e/dh 将 BC 模型和 VG 模型统一,得到了 BC 模型中 λ 和 VG 模型中的 m ($m = 1 - 1/n$) 的关系,如式(11)^[18]:

$$\lambda = \frac{m}{1 - m} (1 - S_e^{1/m}) \quad (11)$$

其中, S_e 为有效饱和度, $S_e = \frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)}$ 。为了定

义一个独立有效的 λ , Lenhard 建议采用 $S_e = 0.5$, 因此式(11)变为式(12):

$$\lambda = \frac{m}{1 - m} (1 - 0.5^{1/m}) \quad (12)$$

将拟合的 m 值代入式(11),结果如表 4。由表 4 比较可知, S_e 取 0.5 时,除粉砂误差较大外,其余 3 种介质计算的 λ 值与拟合 λ 值均大致相等。说明式(11)对粉砂不适用。

表 4 拟合的 m 、 λ 值与计算的 λ 值

Table 4 Fitted parameters m , λ and the calculated parameter λ

样品名称	m	λ	
		拟合值	计算值
粉砂	0.764	0.665	1.119
细砂	0.659	0.314	0.466
中砂	0.776	1.098	1.232
粗砂	0.850	2.164	2.333

4 结论

(1) van Genuchten 模型中参数 α 不仅与拐点处负压有关,还受参数 m 和 n 的影响。更大的 n 值,或 m 接近于 1 时,才会使 $1/\alpha$ 更接近于 h_i 。而粗粒介质更易满足这些条件。

(2) van Genuchten 模型中参数 α 与进气值之间的关系较为复杂,也受其它模型参数的影响。只有介质较粗时,如粗砂或更粗粒的介质, $1/\alpha$ 才与进气值近似相等,细粒介质中 $1/\alpha$ 值均大于进气值 h_a 。

(3) 虽然 m 和 n 作为独立变量在拟合水土特征曲线时精度更高,但在计算非饱和渗透系数时,给定 $m = 1 - 1/n$ 的约束条件是必要的,否则计算的渗透系数会在高负压段出现较大的误差。

参考文献:

- [1] 雷志栋,杨诗秀,谢森传,等. 土壤水动力学[M]. 北京:清华大学出版社,1988: 18-24. [LEI Z D, YANG S X, XIE S C, et al. Soil water dynamics [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1988: 18-24. (in Chinese)]
- [2] Kovacs G. Seepage Hydraulics [M]. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1981.
- [3] 刘晓东,施建勇. 基于水土特征曲线预测城市固体废弃物(MSW)非饱和渗透系数研究[J]. 岩土工程学报,2012,34(5): 855-862. [LIU X D, SHI J Y. Unsaturated conductivity of MSW based on soil-water characteristic curve [J]. Chinese Journal of

- Geotechnical Engineering, 2012, 34(5): 855 – 862. (in Chinese)]
- [4] 冯立, 张茂省, 孙萍萍, 等. 非饱和土脱湿与吸湿水力特性对比研究[J]. 水文地质工程地质, 2016, 43(2): 134 – 139. [FENG L, ZHANG M S, SUN P P, *et al.* A study of the hydro-mechanical properties of unsaturated loess under the drying and wetting path [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2016, 43(2): 134 – 139. (in Chinese)]
- [5] Fredlund D G, Rahardjo H. Soil Mechanics for Unsaturated Soils[M]. Hoboken: Wiley, 1993.
- [6] 王勇. 压实非饱和黏土层生活源污染质运移及其效应[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2014. [WANG Y. Life source pollutant migration and its inducing effects in unsaturated compacted clay layer [D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2014. (in Chinese)]
- [7] 尹平保, 贺炜, 张建仁, 等. 洞庭湖大桥锚碇基础土围堰饱和-非饱和稳定性分析[J]. 水文地质工程地质, 2016, 43(2): 62 – 68. [YIN P B, HE W, ZHANG J R, *et al.* Stability of soil cofferdam for anchorage foundation of the Dongting Lake bridge considering unsaturated soil characteristics [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2016, 43(2): 62 – 68. (in Chinese)]
- [8] Genuchten M T V. A close-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, 44(4): 892 – 898.
- [9] Brooks R J, Corey A T. Hydraulic Properties of Porous Media [J]. Colorado State University Hydrology paper, 1964(3): 22 – 27.
- [10] Gardner W R. Some steady state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table [J]. Soil Science, 1958, 85(4): 228 – 232.
- [11] McKee C R, Bumb A C. The importance of unsaturated flow parameters in designing a monitoring system for hazardous wastes and environmental emergencies [C]// Proceedings of Hazardous Materials Control Research Institute National Conference. Houston: 1984: 50 – 58.
- [12] McKee C R, Bumb A C. Flow-Testing Coalbed Methane Production Wells in the Presence of Water and Gas [J]. Spe Formation Evaluation, 1987, 2(4): 599 – 608.
- [13] Fredlund D G, Xing A. Equations for soil-water characteristic curve [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, 31: 521 – 532.
- [14] Williams J, Prebble R E, Williams W T, *et al.* The influence of texture, structure and clay mineralogy on the soil moisture characteristic[J]. Australian Journal of Soil Research, 1983, 21(1): 15 – 19.
- [15] Genuchten M T V, Nielsen D R. On describing and predicting the hydraulic properties of unsaturated soil [J]. Annales Geophysicae, 1985, 3(5): 615 – 628.
- [16] Benson C H, Chiang I, Chalermyanont T, *et al.* Estimating van Genuchten parameters α and n for clean sands from particle size distribution data[J]. Geotechnical Special Publication, 2014(233): 410 – 427.
- [17] Schaap, Marcel G, van Genuchten, Martinus Th. A modified mualem-van Genuchten formulation for improved description of the hydraulic conductivity near saturation[J]. Vadose Zone Journal, 2006, 5(1): 27 – 34.
- [18] Lenhard R J, Parker J C, Mishra S. On the correspondence between Brooks-Corey and van Genuchten models [J]. Journal of Irrigation & Drainage Engineering, 1989, 115(4): 610 – 611.
- [19] 赵雅琼. 非饱和带土壤水分特征曲线的测定与预测[D]. 西安: 长安大学, 2015. [ZHAO Y Q. Determination and prediction of soil water characteristic curve in unsaturated zone[D]. Xi'an: Chang'an University, 2015. (in Chinese)]
- [20] Sharma R S, Mohamed M H A. An experimental investigation of LNAPL migration in an unsaturated/saturated sand [J]. Engineering Geology, 2003, 70(3-4): 305 – 313.
- [21] Milly, P C D. Estimation of Brooks-Corey parameters from water retention data [J]. Water Resources Research, 1987, 23(6): 1085 – 1089.
- [22] Tinjum J M, Benson C H, Blotz L R. Soil-water characteristic curves for compacted clays" [J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 1999, 123(11): 629 – 630.
- [23] Morel-Seytoux H J, Meyer P D, Nachabe M, *et al.* Parameter equivalence for the Brooks-Corey and van Genuchten soil characteristics: preserving the effective capillary drive [J]. Water Resources Research, 1996, 32(5): 1251 – 1258.